

SET!-Das wahrscheinlich mathematischste Kartenspiel der Welt

Kevin Höllring städt. Johannes-Scharrer-Gymnasium Nürnberg

Wie der Name schon sagt dreht sich dieses Projekt voll und ganz um das Kartenspiel "SET!" (Ravensburger). Das Ziel des Spiel ist es, unter den Karten, die für alle Spieler offen ausgelegt werden (zunächst 12, bei Bedarf mehr), Sets zu finden. Gewonnen hat, wer die meisten Sets gefunden hat.

Zur Erklärung eines "Sets":

Die Karten des Spiels haben vier Eigenschaften: Farbe, Form, Füllung, Anzahl. Jede dieser Eigenschaften kommt bei jeder Karte in einer von drei Varianten vor (Farbe: rot, grün, lila; Form: Raute, Oval, Welle; Füllung: leer, schraffiert, ausgemalt; Anzahl, eins, zwei, drei).

Ein Set ist gegeben, wenn man drei Karten findet, für die **für jede Eigenschaft einzeln (!)** gilt: entweder alle Karten sind gleich, oder sie sind in dieser Eigenschaft alle verschieden.

Die Karten (lila, Welle, 1, leer) (lila, Welle, 2, leer) (lila, Welle, 3, leer) bilden also ein Set, denn Farbe, Form und Füllung stimmen bei allen überein, die Anzahl jedoch ist bei allen verschieden.

(lila, Welle, 1, leer) (lila, Welle, 2, leer) (lila, Welle, 2, schraffiert) bilden dahingegen kein Set, da sie in der Anzahl weder komplett verschieden, noch völlig gleich sind.

Die Frage, die ich mir gestellt habe, als ich das Spiel zum ersten Mal gespielt habe, war nun "Bei wie vielen offenen Karten auf dem Tisch ist mit 100% Wahrscheinlichkeit ein "Set" dabei?".

Dafür musste ich natürlich erst einige Grundüberlegungen anstellen: Wie viele Karten kann man ohne Set auswählen, wenn man nur 2 Eigenschaften betrachtet? Wie viele mit 3 Eigenschaften? Gibt es eine Regelmäßigkeit, die sich auch auf 4 Eigenschaften fortsetzen lässt?

Das Ergebnis für 2 Eigenschaften lautet 4, für 3 Eigenschaften 9 Karten sind das Maximum ohne Set. Auch wenn das anfänglich so aussieht wie "für n Eigenschaften gibt es maximal n^2 Karten ohne Set", so hat mich der Zufall belehrt, indem er mir während eines Spiels 18 Karten ohne Set zuspilte.

Deswegen war der weitere Verlauf des Projektes hauptsächlich darauf konzentriert, ein Computerprogramm zu entwickeln, das für alle Kombinationen von Karten prüft, ob ein Set darin enthalten ist, und am Ende die maximale Zahl ohne Set ausgibt.

Ohne Optimierungen würde dies mehr als ein Menschenleben dauern, weswegen viele Optimierungen nötig waren, um die Rechenzeit erheblich zu verkürzen, so zum Beispiel die Ausnutzung von Rekursion bei der Auswahl der Karten und eine effizientere Überprüfung "Set oder nicht Set", indem ich jede Karte als 4 dimensional Vektor darstellte und nach Addition von drei Karten anhand des Restes der Einzelkoordinaten modulo 3 sagen konnte, ob es ein Set ist oder nicht.

Zusätzlich zu diesen Optimierungsversuchen kamen natürlich weiterführende Gedanken hinzu:

Wie verhält sich die Maximalzahl ohne Sets bei mehr als 4 Eigenschaften? Wie verändert sie sich, wenn man jeder Eigenschaft mehr Varianten gibt?

Zusätzlich zu den mathematischen Überlegungen hierzu, habe ich das vorhandene Programm angepasst und weiter optimiert, sodass ich zumindest schon einige Antworten geben kann:

In einem Set Spiel mit 4 Eigenschaften und je 3 Varianten gibt es maximal 20 Karten ohne Set. Bei 3 Eigenschaften mit jeweils 4 Varianten hingegen, ist es möglich, 28 der $4^3 = 64$ Karten auszuwählen, sodass kein Set darunter ist, wobei hier die Definition dahingehend verändert wurde, dass nun 4 Karten ein Set bilden und in jeder Eigenschaft alle gleich oder alle verschieden sein müssen.